Teoría de la Información y Teoría de la codificación:

1. Introducción:

Un sistema básico puede quedar representado acorde a la figura que se detalla a continuación:

En este punto **realmente nace una de las revoluciones más grandes de la historia**, y con la intención de hacer una buena propaganda de la especialidad que en este texto se contempla (realmente bien ganada) que es la Informática, se tomará como ejemplo el de un SISTEMA FISICO.

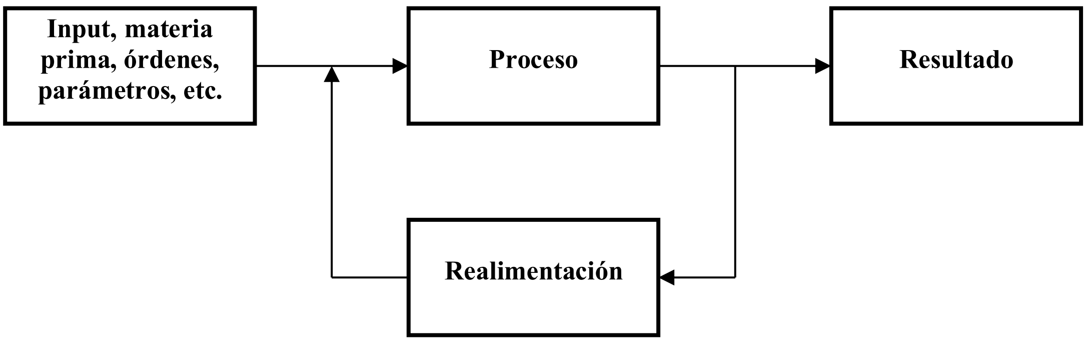
Hasta principios del siglo pasado (Cuesta expresarlo así pues se trata del Siglo XX), la Física se basaba en tres grandes pilares:

- La Mecánica
- La Termodinámica
- La Electrotecnia.

Bajo estas tres áreas se estudiaba el intercambio (Input - proceso - resultado) de dos magnitudes: MASA y ENERGIA.

La evolución tecnológica de estos sistemas comienza a permitir operar dinámicamente sobre los mismos, ejerciendo tareas de CONTROL que regulan los resultados acorde al efecto deseado. Para poder CONTROLARLOS es necesario poseer parámetros que permitan interactuar o poder tomar decisiones.

De esta forma **nace una nueva física**, sustentada por la Teoría de Control, la **Teoría de la Información** y **de la Codificación**, la Matemática Discreta, la Lógica Binaria, etc. En esta nueva física la magnitud que se intercambia se llama ***Cantidad de Información***, y se encuentra respaldada por todos los cálculos necesarios que hoy permiten que a través del intercambio de esta magnitud (de análisis altamente complejo) un sistema se realimente interoperando en tiempo real, como cualquier ejemplo de la vida cotidiana (Automóvil, cajero automático, lavarropas, misil, etc). Esta nueva estructura de sistema se graficaría de la siguiente forma:



2. Cantidad de Información:

Cuando se analiza la transmisión de información a través de un canal de comunicaciones, como en cualquier análisis matemático, se puede modelizar idealmente (canal ideal) o físicamente (canal real), cuando se tiene en cuenta la realidad, en virtud del ruido y/o distorsión que existe siempre en todo medio de comunicaciones por más alta calidad que posea, existirá una cierta probabilidad que la información emitida llegue o no a destino, es decir que se generará una incertidumbre sobre la recepción textual de lo generado.

Si se trata de pensar qué es información, quizás sea muy difícil de definir, al igual que si se quisiera definir qué es masa o Energía, la idea más cercana de estas magnitudes es cuando se pueden asociar a sus Unidad de medida (Kg, Volt, Kcal, etc). En el caso de la Información también se aclara este concepto al definir su magnitud, la cual es la **Cantidad de Información** y se representa como: $\mathbf{I_{(A)}}$. Se debe asociar al concepto de previsibilidad de ocurrencia de un suceso A; siendo: $0 \leq \mathbf{p_{(A)}} \leq 1$.

Sobre estos conceptos surge la fórmula de $\mathbf{I_{(A)}}$:

$$\boxed{\mathbf{I_{(A)} = \log 1 / p_{(A)} = - \log p_{(A)}}}$$

Esta fórmula acorde a la base del logaritmo empleado tendrá las siguientes magnitudes:

- base 10: HARTLEY.
- base e: NAT.
- Base 2: BIT (SHANNON), (Se define como la $\mathbf{I_{(A)}}$ que acompaña a 2 sucesos equiprobables)

Ejemplos:

- Lanzamiento de una moneda: $\mathbf{I_{(A)}} = \log_2 2 = 1$ bit.
- Lanzamiento de un dado: $\mathbf{I_{(A)}} = \log_2 6 = 2{,}585$ bit.
- Ruleta: $\mathbf{I_{(A)}} = \log_2 (37) = 5{,}2096$ bit.

3. Entropía:

Si se tomara un determinado espacio muestral de ocurrencia de sucesos y se construyera una tabla asociando $\mathbf{I_{(A)}}$ y $\mathbf{p_{(A)}}$, se podría obtener un promedio, que en el lenguaje matemático se denominaría esperanza matemática.

$\mathbf{I_{(1)}}$	$\mathbf{I_{(2)}}$	$\mathbf{I_{(3)}}$	$\mathbf{I_{(4)}}$	$\mathbf{I_{(5)}}$	....	....	....	$\mathbf{I_{(n)}}$
$\mathbf{p_{(1)}}$	$\mathbf{p_{(2)}}$	$\mathbf{p_{(3)}}$	$\mathbf{p_{(4)}}$	$\mathbf{p_{(5)}}$	....	....	....	$\mathbf{p_{(n)}}$

$$\boxed{\mathbf{E = \sum I_{(Ak)} * p_{(Ak)} = \sum p_{(Ak)} * Log_2 \{p_{(Ak)}\} = H\ \underline{(incertidumbre)}}}$$

Esta esperanza determina el grado de **incertidumbre** acerca de la probabilidad de ocurrencia de los sucesos, es decir que cuanto más equiprobables fueren, mayor será la incertidumbre sobre cuál ocurrirá. Para ejemplificar este concepto, es sumamente provechoso asociarlo con los juegos de azar, pues si uno desbalancea el azar de un juego, entonces tendrá mayores probabilidades de acertar si sabe qué número tiene mayores probabilidades de salir, por lo tanto su incertidumbre es menor.

Un muy buen ejemplo es el del Libro de los Ing Castro Lechtaller-Fusario.

Si una persona se encontrara en el desierto y al escuchar el pronóstico del tiempo recibiera alguna de las siguientes informaciones:

a. Sol y sin nubes.
b. Nublado.
c. Lluvia.

Es evidente que la opción a no le aporta mayor información (en realidad casi nada) pues 350 días al año deben ser así. Si escuchara el mensaje b. el nivel de información ya es considerable, pues justamente es poco previsible que en el desierto está nublado (se puede suponer que esto ocurra 14 días al año). Por último, si recibiera el mensaje c. Esté le aportaría sin duda una cantidad de información verdaderamente importante, pues nadie espera que llueva en el desierto.

La deducción es que los sucesos poco probables son los que causan <u>mayor Impacto</u> pues justamente <u>aportan una enorme cantidad de información</u> (cierta cantidad de gente se hizo rica en un instante apostando al caballo que nadie esperaba que gane, y por esta razón pagaba fortunas cada boleto) (bastante gente sufrió paros cardíacos en la bolsa por caerse una empresa inesperada e imprevisiblemente).

Ejercicios:

a. Una fuente puede emitir dos sucesos A1 y A2: analizar las siguientes opciones:
   1) $p_{(A1)} = 1$; $p_{(A2)} = 0$.
   2) $p_{(A1)} = 0$; $p_{(A2)} = 1$.
   3) $p_{(A1)} = 0{,}5$; $p_{(A2)} = 0{,}5$.

   Realizar dos gráficas, en el eje de ordenadas el valor de H en ambas, y en el de abscisas en una $p_{(A1)}$ y en la otra $p_{(A2)}$.
   ¿Qué conclusiones obtiene en los extremos, en el centro y cómo serían sus curvas?

b. Existen tres fuentes de mensajes las cuales sólo pueden emitir uno de dos sucesos, cada uno con las siguientes probabilidades.
   1) F1: $p_{(1)} = 8/9$; $p_{(2)} = 1/9$.
   2) F2: $p_{(1)} = 3/4$; $p_{(2)} = 1/4$.
   3) F3: $p_{(1)} = 2/3$; $p_{(2)} = 1/3$.

   ¿Cuál es más y cuál menos entrópica? Grafíquelas.

c. Existen tres fuentes de mensajes las cuales sólo pueden emitir uno de dos sucesos, cada uno con las siguientes probabilidades.
   4) F1: $p_{(1)} = 7/16$; $p_{(2)} = 9/16$.
   5) F2: $p_{(1)} = 1/2$; $p_{(2)} = 1/2$.
   6) F3: $p_{(1)} = 1/256$; $p_{(2)} = 255/256$.

   ¿Cuál es más y cuál menos entrópica?. Calcule los valores de entropía de cada una de ellas.

4. Entropía de fuente, receptor, canal y sistema:

Al establecer una comunicación entre dos ETD, no necesariamente ambos poseerán los mismos conjuntos de códigos o alfabetos. Si se supone la existencia de dos alfabetos:

- Alfabeto X (Emisor) = $\{x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots, x_n\}$
- Alfabeto Y (Receptor) = $\{y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots\ldots\ldots, y_n\}$

Hasta ahora se ha visto la entropía de cada alfabeto por aislado, es decir entropía de fuente H (x) y de receptor H (y).

Existirá una cierta ocurrencia de los pares $\{x_k, y_j\}$, que determinará la llamada entropía del sistema, es decir la incertidumbre media del par $\{x_k, y_j\}$. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\boxed{\mathbf{H_{(XY)} = \sum p_{(x_k,\, y_j)} * Log_2 \{p_{(x_k,}}}$$

El otro cálculo que se debe tener en cuenta es, sabiendo que la fuente generó un código $\{x_k\}$ ¿Cuál es la probabilidad de recibir el $\{y_j\}$ correspondiente (es una probabilidad condicionada). Es evidente que esta probabilidad va asociada al canal de comunicaciones, el cual afectará en mayor o menor medida el pasaje de información. Es por esta razón que se denomina entropía de canal y sus valores son diferentes en un sentido que en el otro de la transmisión. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\boxed{\mathbf{H_{(Y/X)} = \sum p_{(x_k)} *[\, -\sum p_{(y_j\,/x_k)}\, Log_2 \{p_{(y_j\,/x_k)}\}\,]}}$$

$$\boxed{\mathbf{H_{(X/Y)} = \sum p_{(y_k)} *[\, -\sum p_{(x_k/\,y_j)}\, Log_2 \{p_{(x_k/\,y_j)}\}\,]}}$$

Por último aparece el concepto de Información mutua o Transinformación [I (X,Y)], el cual es un dato estrictamente real aplicado a un canal de comunicaciones y permite determinar cuál es la máxima velocidad de transferencia de información (o Capacidad del canal: Cc) que soportará el sistema a través del máximo de esta ecuación:

$$\boxed{I\,(X,Y) = H\,(Y) - H\,(Y/X) = H\,(X) - H(X/Y)}$$

$$\boxed{Cc = \text{máx}\ I\,(X,Y) = Vt\ \text{máx}}$$

Se puede calcular también la eficiencia de un canal a través de :

$$\boxed{Ef = I\,(X,Y) / Cc \quad ; \quad Redund = 1 - Ef}$$

CONCLUSION: Si el canal es transparente (ideal), entonces:

- H(x) = H(y) = máx.
- H (y/x) = H (x/y) = 0
- Ef = 1; Red = 0 (Llega absolutamente todo).